** تطبيقات الرياضيات **

١- قُذف حجر في بئر بسرعة ٤م / ث رأسيا لأسفل فوصل إلي قاع البئر بعد ٢ ثانية .

أوجد :-

أ- عمق البئر .

ب-سرعة الحجر عند تصادمه بقاع البئر . (٢٧,٦ م ، ٢٣,٦ م/ث)

٢- قذف جسيم رأسياً إلي أعلى بسرعة ١٤ م/ث من نقطة على ارتفاع ٣٥٠م عن سطح الأرض . أوجد الزمن الذي يأخذه الجسم ، حتي يصل إلي سطح الأرض .(١٠ ث)

٣- قذفت كرة رأسياً إلي أعلي من نافذة فوصلت إليها بعد ٤ ثوان من لحظة القذف ووصلت إلي سطح الأرض بعد ٥ ثوان من لحظة القذف . أوجد .

أ- سرعة قذف الكرة .

ب-أقصي ارتفاع وصلت إليه الكرة من نقطة القذف .

جـ ارتفاع النافذة عن سطح الأرض . (١٩,٦ م/ث ، ١٩,٦ م ، ٢٤,٥ م)

٤- سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ أمتار ، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسياً إلي أعلى مسافة $\frac{١}{٢}$ ٢ متر . احسب سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض مباشرة .

(١٤ م/ث إلي أسفل ، ٧ م/ث إلي أعلى)

٥- كرتان متماثلتان كتلة كل منهما ٦.٨ كجم والبعد بين مركزيهما ٢١.٨ سم ، ما قوة التجاذب بينهما؟

(٦,٤٩ × ١٠$^{-٨}$)

٦- **أوجد قوة الجذب العام بين كوكبين كتلة الأول** ١٠^{٢١} × ٢ طن وكتلة الثاني = ١٠^{٢٥} × ٤ طن ، والمسافة بين مركزيهما ١٠^{٦} × ٢ كم . (١,٣٣٤ × ١٠^{٢٤})

٧- **إذا كان ف = { أ ، ب ، ج ، د } فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أوجد :**

ل(أ) ، ل(ب) ، إذا كان ل(أ) = ٣ل(ب) ، ل(ج) = ل(د) = $\frac{٧}{١٨}$ ،

(ل(أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٩}$)

٨- **إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان :**

ل(أ ∪ ب) = ٠.٦ ، ل(أ – ب) = ٠.٢٥ أحسب ل(أ) ، ل(ب) .

(ل (أ) = ٠,٢٥ ، ل(ب) = ٠,٣٥)

٩- **إذا كان أ،ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل(أ)= $\frac{١}{٣}$ ، ل(ب)= $\frac{٣}{٨}$ ، ل(أ ∩ ب)= $\frac{١}{٤}$ أوجد :**

أ- ل(أَ) ($\frac{٢}{٣}$) ب- ل(أ∪ب) ($\frac{١١}{٢٤}$) جـ- ل(أ-ب) ($\frac{١}{١٢}$) د-ل(أَ∩بَ) ($\frac{١}{٨}$)

١٠- **إذا كان أ،ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، حيث :**

ل(أ)= ٠.٤ ، ل(بَ) =٣ل(ب) ، ل(أ∩ب)= ٠.٢ احسب احتمال :

أ- وقوع أ فقط **(٠.٢)** ب- وقوع أ أو ب **(٠.٩٥)** جـ- وقوع أ وعدم وقوع ب **(٠.٢)**

١١- في تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد منتظم وملاحظة الوجه الظاهر لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد ، إذا كان أ هو حدث ظهور صورة وعدد أولى ، ب حدث ظهور عدد زوجي .

احسب احتمال وقوع كل من الحدثين أ ، ب ثم احسب احتمال كلا من الأحداث الآتية :

أ- وقوع أحد الحدثين على الأقل ب- وقوع الحدثين معاً

جـ- وقوع ب فقط د- وقوع أحد من الحدثين فقط

أ = { (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٥) }

ب= { (ص ، ٢) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٦) ، (م ، ٤) ، (م ، ٢) ، (م ، ٦) }

أ- ل (أ ∪ ب) = $\frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$

ب- ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، جـ- ل (ب – أ) = $\frac{٥}{١٢}$

د- ل (أ – ب) + ل (ب – أ) = $\frac{٢}{١٢} + \frac{٥}{١٢} = \frac{٧}{١٢}$

** ΔΔΔ حساب **

١ـ إذا علمت أن جا أ = $\frac{٤}{٥}$ حيث صفر° < أ < ٩٠°،أوجد بدون استخدام الآلة الحاسبة

قيمة كل مما يأتي:

أ- حا ٢أ   ب- جتا ٢أ   جـ- ظا ٢أ

∵ جا أ = $\frac{٤}{٥}$ ∵ أ تقع في الربع الأول

∴ جتا أ = $\frac{٣}{٥}$ (موجب لأن أ زاوية جادة)

أ- حا ٢أ = ٢ جا أ جتا أ = ٢ × $\frac{٤}{٥}$ × $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٢٤}{٢٥}$

ب- حتا ٢أ = ١ ــ ٢ جا^{٢} أ = ١ ــ ٢ × $\frac{١٦}{٢٥}$ = $\frac{-٧}{٢٥}$

(يمكنك استخدام الصور الأخرى لقانون جيوب تمام ضعف الزاوية)

جـ- ظا ٢أ = $\frac{\text{جا ٢أ}}{\text{جتا ٢أ}}$ = $\frac{٢٤}{٢٥}$ ÷ ($\frac{-٧}{٢٥}$) = $\frac{-٢٤}{٧}$

٢ـ أثبت صحة المتطابقة : قتا ٢س +ظتا ٢س=ظتا س،ثم استخدم المتطابقة السابقة لايجاد

قيمة ظتا ١٥°

الحل

الطرف الأيمن = $\frac{١}{\text{جا ٢س}}$ + $\frac{\text{جتا ٢س}}{\text{جا ٢س}}$ = $\frac{\text{١ + جتا ٢س}}{\text{جا ٢س}}$

= $\frac{\text{١ + (٢ جتا}^{٢}\text{ س - ١)}}{\text{٢ جا س جتا س}}$ = $\frac{\text{٢ جتا}^{٢}\text{ س}}{\text{٢ جا س جتا س}}$ = $\frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}}$ = ظتا س (الطرف الأيسر)

بوضع س = ١٥° في المتطابقة : قتا ٢س + ظتا ٢س = ظتا س

∴ ظتا ١٥° = قتا ٣٠° + ظتا ٣٠° = ٢ +$\sqrt{٣}$

٣- أوجد بأستخدام صيغة هيرون مساحة سطح المثلث الذي أطوال أضلاعه ١٠،٨،٦من السنتيمترات.

الحل

$\text{٢ح} = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ \text{ سم} \qquad \text{ح} = ١٢ \text{سم}$

$\text{أَ} = ١٢ - ٦ = ٦ \text{ سم} \quad ، \quad \text{ح} - \text{بَ} = ١٢ - ٨ = ٤ \text{سم} \quad ، \quad \text{ح} - \text{جـَ} = ١٢ - ١٠ = ٢ \text{ سم}$

$\text{مساحة } \Delta = \sqrt{\text{ح} (\text{ح} - \text{أَ}) (\text{ح} - \text{بَ}) (\text{ح} - \text{جـَ})}$

$= \sqrt{١٢ \times ٦ \times ٤ \times ٢} = ٢٤ \text{ سم}^{٢}$

٤ - باستخدام العلاقة السابقة : أوجد طول نصف قطر الدائرة التي تمس أضلاع Δ أ ب جـ الذي أطوال أضلاعه ٧ ، ٩ ، ١٤ من السنتيمترات من الداخل ، مقرباً الناتج لأقرب رقم عشري واحد .

الحل

$\because \text{٢ح} = ٧ + ٩ + ١٤ = ٣٠ \text{ سم ح} = ١٥ \text{ سم ، ح} - \text{أَ} = ٨ \text{ سم ، ح} - \text{بَ} = ٦ \text{ سم ، ح} - \text{جـَ} = ١$ سم

بالتعويض في العلاقة السابقة :

$\therefore \text{نق} = \sqrt{\frac{\text{ح} (\text{ح} - \text{أَ}) (\text{ح} - \text{بَ}) (\text{ح} - \text{جـَ})}{\text{ح}}} = \sqrt{\frac{١٥ \times ٨ \times ٦ \times ١}{١٥}} = \frac{٤}{٥}\sqrt{٥} \text{ سم}$

** تفاضل **

١ـ إذا كانت $\text{ص} = (\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ١)^{٥}$ فأوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

الحل

بفرض $\text{ع} = \text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ١$ $\therefore \text{ص} = \text{ع}^{٥}$

واضح أن ص قابلة للاشتقاق بالنسبة إلي ع (كثيرة حدود في ع) ويكون $\frac{\text{ءص}}{\text{ءع}} = ٥\,\text{ع}^{٤}$

وكذلك ع قابلة للاشتقاق بالنسبة إلي س (كثيرة حدود في س) ويكون $\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = ٢\,\text{س} - ٣$ ،

بتطبيق قاعدة السلسلة $\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءص}}{\text{ءع}} \times \frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = ٥\,\text{ع}^{٤} \times (٢\text{س} - ٣)$ ،

بالتعويض عن ع

$$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = ٥\,(\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ١)^{٤} \times (٢\text{س} - ٣)$$

٢ـ إذا كانت $\text{ص} = \sqrt[٣]{\text{ع}^{٢}}$ ، $\text{ع} = \text{س} - ٣\text{س} + ٢$ فأوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

الحل

$\because \text{ص} = \text{ع}^{\frac{١}{٣}}$ $\qquad \frac{\text{ءص}}{\text{ءع}} = \frac{١}{٣}\,\text{ع}^{-\frac{٢}{٣}}$

$\because \text{ع} = \text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢$ $\qquad \frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = ٢\text{س} - ٣$

$$\because \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءص}}{\text{ءع}} \times \frac{\text{ءع}}{\text{ءس}} = \frac{١}{٣}\,\text{ع}^{-\frac{٢}{٣}}\,(٢\text{س} - ٣)$$

$$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{١}{٣}\,(٢\text{س} - ٣)\,(\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢)^{-\frac{٢}{٣}}$$

٣- أوجد $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ إذا كان

أ- ص = $(\text{٦س}^{٣} + \text{٣س} + ١)^{١٠}$

ب- إذا كانت ص = $\left(\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}\right)^{٥}$

الحل

أ- ص = $(\text{٦س}^{٣} + \text{٣س} + ١)^{١٠}$

$\therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = ١٠\,(\text{٦س}^{٣} + \text{٣س} + ١)^{٩} \times \frac{\text{د}}{\text{دس}}(\text{٦س}^{٣} + \text{٣س} + ١)$

$= ١٠\,(١٨\,\text{س}^{٢} + ٣)\,(\text{٦س}^{٣} + \text{٣س} + ١)^{٩}$

$= ٣٠\,(\text{٦س}^{٢} + ١)\,(\text{٦س}^{٣} + \text{٣س} + ١)^{٩}$

ب- ص = $\left(\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}\right)^{٥}$

$\therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = ٥\left(\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}\right)^{٤} \times \frac{(\text{س}+١) \times ١ - (\text{س} - ١) \times ١}{(\text{س} + ١)^{٢}}$

$= ٥\left(\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}\right)^{٤} \times \frac{\text{س}+١ - \text{س} + ١}{(\text{س} + ١)^{٢}}$

$= \frac{١٠}{(\text{س} + ١)^{٢}} \times \left(\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ١}\right)^{٤} = \frac{١٠(\text{س} - ١)}{(\text{س} + ١)}$

٤- أوجد النقط التي تقع على المنحني ص = س^{٣} – ٤س + ٣ والتي يصنع عندها المماس زاوية موجبة قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

الحل

$\because$ ص = س^{٣} – ٤س + ٣ $\therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \text{٣س}^{٢} - ٤$

$\therefore$ المماس يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

$\therefore$ ميل المماس = ظا ١٣٥ = -١

$\therefore \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \text{٣س}^{٢} - ٤ = -١$ $\therefore \text{٣س}^{٢} = ٣$ $\therefore$ س = $\pm$ ١

عندما س = -١ $\therefore$ ص = $(-١)^{٣} - ٤\,(-١) + ٣ = ٦$

، عندما س = ١ $\therefore$ ص = ١ – ٤ + ٣ = ٠

$\therefore$ النقط هي (-١ ، ٦) ، (١ ، ٠)

٥- أوجد ميل العمودي على المنحني ص = ظا (π - $\frac{٢}{٣}$ س) عند النقطة (π، $\sqrt{٣}$)

الحل

$\because$ ص = ظا (π - $\frac{٢}{٣}$ س) $\therefore$ $\frac{د ص}{دس}$ = - $\frac{٢}{٣}$ قا^٢ (π - $\frac{٢}{٣}$ س)

ميل المماس للمنحنى عند النقطة (π، $\sqrt{٣}$) = - $\frac{٢}{٣}$ قا^٢ (π - $\frac{٢\pi}{٣}$)

= - $\frac{٢}{٣}$ قا^٢ $\frac{\pi}{٣}$ = $\frac{-٢}{٣}$ × ٤ = $\frac{-٨}{٣}$

ميل العمودي عند النقطة (π، $\sqrt{٣}$) = $\frac{٣}{٨}$

٦- تحقق من صحة كل ما يأتي :

أ- $\int$ س^٧ ء س = $\frac{١}{٨}$ س^٨ + ث

ب- $\int \frac{س}{\sqrt{١ + س}}$ ء س = $\sqrt{١ + س^٢}$ + ث

الحل

أ- $\frac{د}{دس}$ ($\frac{١}{٨}$ س^٨ + ث) = س^٧ $\therefore$ $\int$ س^٧ دس = $\frac{١}{٨}$ س^٨ + ث

ب- $\because$ $\sqrt{\frac{د}{د س}}$ (١ + س^٢ + ث) = $\frac{٢س}{٢\sqrt{١ + س^٢}}$ = $\frac{س}{\sqrt{١ + س}}$

$\therefore$ $\int \frac{س}{\sqrt{١ + س^٢}}$ ء س = $\sqrt{١ + س^٢}$ + ث

٧- أوجد :- أ- $\int$ (٤س + ٣س^٢) ء س ب- $\int \frac{(س^٢ + ٢)^٢}{س^٢}$ ء س

الحل

أ- $\int$(٤س + ٣س^٢) د س

$\int$٤س د س + $\int$٣س^٢ د س

٤$\int$س د س + ٣$\int$س^٢ د س

= $\frac{٤}{٢}$ س^٢ + ٣ × $\frac{١}{٣}$ س^٣ + ث

= ٢س^٢ + س^٣ + ث

ب- $\int \frac{(س^٢ + ٢)^٢}{س^٢}$ د س

= $\int \frac{س^٤ + ٤س^٢ + ٤}{س^٢}$ د س

= $\int$س^٢ د س + $\int$٤ د س + $\int$٤س$^{-٢}$ د س

= $\frac{١}{٣}$ س^٣ + ٤س – ٤س$^{-١}$ + ث

٨- مثال :-

أوجد التكاملات الآتية :

أ- $\int (\text{س} - \text{جا س})\ \text{ء س}$

ب- $\int (\text{٤ جتا س} + \frac{\text{١}}{\text{جتا}^{\text{٢}}\text{ س}} + \text{١})\ \text{ء س}$

الحل

أ- $\int (\text{س - جا س})\ \text{ء س} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{\text{٢}} + \text{جتا س} + \text{ث}$

ب- $\int (\text{٤ جتا س} + \frac{\text{١}}{\text{جتا س}} + \text{١})\ \text{د س} = \int (\text{٤ جتا س} + \text{قا}^{\text{٢}}\text{ س} + \text{١})\ \text{د س}$

$= \text{٤ جا س} + \text{ظا س} + \text{س} + \text{ث}$

٩- أوجد :-

أ- $\int \text{س}^{\text{٥}}\ \text{ء س}$

ب- $\int \text{س}^{\text{-٣}}\ \text{ء س}$

جـ- $\int \text{س}^{\frac{\text{٢}}{\text{٥}}}\ \text{ء س}$

د- $\int \frac{\text{١}}{\sqrt[\text{٥}]{\text{س}^{\text{٣}}}}\ \text{ء س}$

الحل

أ- $\int \text{س}^{\text{٥}}\ \text{ء س} = \frac{\text{س}^{\text{٥+١}}}{\text{٥ + ١}} + \text{ث} = \frac{\text{١}}{\text{٦}}\text{س}^{\text{٦}} + \text{ث}$

ب- $\int \text{س}^{\text{-٣}}\ \text{ء س} = \frac{\text{س}^{\text{-٣+١}}}{\text{- ٢}} + \text{ث} = -\frac{\text{١}}{\text{٢}}\text{س}^{\text{-٢}} + \text{ث}$

جـ- $\int \text{س}^{\frac{\text{٢}}{\text{٥}}}\ \text{ء س} = \frac{\text{١}}{\text{٧}}\text{س}^{\frac{\text{٢}}{\text{٥}}\text{+١}} + \text{ث}$

$= \frac{\text{٥}}{\text{٧}}\text{س}^{\frac{\text{٧}}{\text{٥}}} + \text{ث}$

د- $\int \frac{\text{١}}{\sqrt[\text{٥}]{\text{س}^{\text{٣}}}}\ \text{ء س} = \int \text{س}^{\frac{\text{-٣}}{\text{٥}}}\ \text{ء س}$

$= \frac{\text{١}}{\frac{\text{٢}}{\text{٥}}}\text{س}^{\frac{\text{-٣}}{\text{٥}}\text{+١}} + \text{ث} = \frac{\text{٥}}{\text{٢}}\text{س}^{\frac{\text{٢}}{\text{٥}}} + \text{ث}$

** جبر **

١ ـ أوجد الأوساط الهندسية في المتتابعة : (٤ ، .... ، .... ، .... ، .... ، .... ، ٢٩١٦)

الحل

نوجد عدد حدود المتتابعة

يوجد خمسة أوساط بين الحدين الأول والأخير في المتتابعة الهندسية لذا فإن عدد حدود المتتابعة ن = ٢ + ٥ = ٧

نوجد قيمة ر

بأستخدام القانون : ل = أ $ر^{ن-١}$

بالتعويض عن : أ = ٤ ، ل = ٢٩١٦ ، ن = ٧   ٢٩١٦ = ٤ × $ر^{٧-١}$

أى أن : ٤ × $ر^{٦}$ = ٢٩١٦   بقسمة الطرفين على ٤ $ر^{٦}$ = ٧٢٩

أى أن : $ر^{٦}$ = $(\pm ٣)^{٦}$ ومنها ر = ± ٣

نستخدم قيمة ر لإيجاد الأوساط الهندسية المطلوبة .

الأوساط هي :

٤ ، ١٢ ، ٣٦ ، ١٠٨ ، ٣٢٤ ، ٩٧٢ ، ٢٩١٦   أ،

×٣   ×٣   ×٣   ×٣   ×٣   ×٣

٤ ، ـ١٢ ، ٣٦ ، ـ١٠٨ ، ٣٢٤ ، ـ٩٧٢ ، ٢٩١٦   أ،

×ـ٣   ×ـ٣   ×ـ٣   ×ـ٣   ×ـ٣   ×ـ٣

الأوساط المطلوبه هي ١٢ ، ٣٦ ، ١٠٨ ، ٣٢٤ ، ٩٧٢   أ ،   ـ ١٢ ، ٣٦ ، ـ١٠٨ ، ٣٢٤ ، ٩٧٢

٢ ـ إذا كانت ٦أ ، ٣ب ، ٢جـ ، ٢د كميات موجبة فى تتابع حسابي .

أثبت أن ب جـ > ٢ أ د

الحل

∵ ٣ ب وسط حسابي بين ٦ أ ، ٢ جـ

وحيث إن الوسط الحسابي > الوسط الهندسي الموجب

∴ ٣ ب > $\sqrt{٦ أ \times ٢ جـ}$ وبتربيع الطرفين

∴ ٩ $ب^{٢}$ > ١٢ أ جـ   (١)

وبالمثل ٢ جـ وسط حسابي بين ٣ب ، ٢د

∴ ٢جـ > $\sqrt{٣ب \times ٢د}$ وبتربيع الطرفين

٤ $جـ^{٢}$ > ٦ب د   (٢)

ومن (١) ، (٢)

٩ $ب^{٢}$ × ٤ $جـ^{٢}$ > ١٢ أ جـ × ٦ب د

وبقسمة الطرفين على ٣٦ ب جـ (ب ، جـ ∈ $ح^{+}$)   ∴ ب جـ > ٢ أ د

٣- أوجد مجموع المتتابعة الهندسية التي فيها : أ = ٣ ، ر = ٢ ، ن = ٨

الحل

$ج_ن = \frac{أ(١ - ر^ن)}{١ - ر}$ صيغة مجموع المتتابعة الهندسية

$ج_٨ = \frac{٣(١ - ٢^٨)}{١ - ٢}$ بالتعويض عن : أ = ٣ ، ر = ٢ ، ن = ٨

$ج_٨ = ٣ \times ٢٥٥ = ٧٦٥$ وبالتبسيط

٤- أوجد مجموع المتسلسلة الهندسية : ١ + ٣ + ٩ + ... + ٦٥٦١

الحل

$ج_ن = \frac{أ - ل ر}{١ - ر}$ صيغة مجموع المتتابعة الهندسية

$ج = \frac{١ - ٦٥٦١ \times ٣}{١ - ٣}$ بالتعويض عن : أ = ١ ، ر = ٣ ، ل = ٦٥٦١

$ج = \frac{١٩٦٨٢}{٢} = ٩٨٤١$ وبالتبسيط

٥- أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الهندسيتين الآتيتين إن وجد :

أ- $\frac{٨١}{٨} + \frac{٢٧}{٤} + \frac{٩}{٢} + ...$

ب- $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦} + \frac{٢٥}{٢٤} + ...$

الحل

أ- نوجد أساس المتتابعة الهندسية : $ر = \frac{٢٧}{٤} \div \frac{٨١}{٨} = \frac{٢٧}{٤} \times \frac{٨}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

$\because -١ < \frac{٢}{٣} < ١$ $\therefore$ يوجد للمتسلسلة مجموع

$\because أ = \frac{٨١}{٨}$ ، $ر = \frac{٢}{٣}$ وبالتعويض في صيغة المجموع $ج_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$

$\therefore ج_\infty = \frac{\frac{٨١}{٨}}{١ - \frac{٢}{٣}} = \frac{\frac{٨١}{٨}}{\frac{١}{٣}} = \frac{٢٤٣}{٨}$

ب- نوجد أساس المتتابعة الهندسية : $ر = \frac{٥}{٦} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٥}{٦} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٥}{٤}$

$\because \frac{٥}{٤} > ١$ $\therefore$ المتسلسلة تباعدية وليس لها مجموع

٦- أوجد $\sum_{ر=1}^{\infty} ٤٢ \left(\frac{٦}{٧}\right)^{ر-١}$

الحل

صيغة مجموع المتتابعة الهندسية : $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$

بالتعويض عن : أ = ٤٢ ، ر = $\frac{٦}{٧}$: فتكون $جـ_{\infty} = \frac{٤٢}{١ - \frac{٦}{٧}} = ٢٩٤$

٧- كم عدد الاختيارات التي يمكن لخالد أن يتناول وجبة من بين ثلاث وجبات (كبدة ، دجاج ، سمك) ومشروباً واحداً من المشروبات (برتقال ، ليمون ، مانجو)

الحل

عدد طرق اختيار الوجبة = ٣ طرق ، عدد طرق اختيار المشروب = ٣ طرق

عدد طرق الاختيار = ٣ × ٣ = ٩ طرق

٨- أ- أوجد $\frac{\underline{|١٠}}{\underline{|٨}}$ **ب- إذا كان** $\underline{|ن}$ **= ١٢٠ فما قيمة ن**

الحل

أ- $\frac{\underline{|١٠}}{\underline{|٨}} = \frac{١٠ \times ٩ \times \underline{|٨}}{\underline{|٨}} = ١٠ \times ٩ = ٩٠$

ب- $\underline{|ن} = ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$ $\underline{|ن} = \underline{|٥}$ لذلك فإن ن = ٥

٩- أوجد قيمة كل من :

أ- $^{٧}ل_{٤}$ **ب-** $^{٤}ل_{٤}$ **جـ -** $^{٤}ل_{٣}$

الحل

أ- $^{٧}ل_{٤} = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ = ٨٤٠$ ب- $^{٤}ل_{٤} = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$

جـ- $^{٤}ل_{٣} = ٤ \times ٣ \times ٢ = ٢٤$ ماذا تلاحظ من العبارتين ب ، جـ ؟

١٠- أوجد عدد الطرق المختلفة لجلوس ٥ طلاب على ٧ مقاعد في صف واحد .

الحل

لدينا ٧ مقاعد يراد اختيار خمسة منها في كل مرة

∴ عدد الطرق = $^{٧}ل_{٥} = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٢٥٢٠$

استخدام الآلة الحاسبة : $\boxed{7}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\text{(npr)}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$

١١- بكم طريقة يمكن ترتيب ٤ أشخاص في أربعة مقاعد على شكل دائرة ؟

الحل

في هذه الحالة يجلس الشخص الأول بطريقة واحدة ، أما الثاني فيجلس بطرق عددها ٣

الشخص الثالث يجلس بطرق عددها ٢ والأخير يجلس بطريقة وحيدة .

عدد طرق ترتيبهم = ٣ × ٢ × ١ = |٣ = ٦

١٢- إذا كان ^{٩}ل $_{ر-١}$ = ٥٠٤ فأوجد قيمة |ر+١

الحل

١٢٠

١٣- إذا كان : ^{٢٨}ق $_{ر}$ = ^{٢٨}ق$_{٢ر-٤٧}$

الحل

∵ ^{٢٨}ق $_{ر}$ = ^{٢٨}ق$_{٢ر-٤٧}$

اما : ر = ٢ ر – ٤٧ أي أن : ر = ٤٧

و هي اكبر من قيمة ن ، لذلك هي ترفض

أو : ر + ٢ر – ٤٧ = ٢٨ ∴ ٣ر = ٧٥ ∴ ر = ٢٥